UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA "LUIZ DE QUEIROZ"
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS

LEB 0472 – HIDRÁULICA

Prof. Fernando Campos Mendonça

AULA 7 – ROTEIRO

Tópicos da aula:

1) Problemas hidraulicamente determinados

1.1. Tipos

- Q, L, K, D - incógnita: hf
- hf, L, K, D - incógnita: Q
- hf, L, K, Q - incógnita: D

1.2. Exemplos de uso – Hazen-Williams e Flamant

2) Fórmula Universal de perda de carga (Darcy-Weisbach)

2.1 Desenvolvimento teórico

2.2 Diagrama de Moody

2.3 Equações para cálculo do fator de atrito (f)

2.4 Aplicações

3) Perda de carga localizada

2. Definição
3. Método algébrico
4. Método dos comprimentos equivalentes

4) Exercício para entrega (Provinha Aula 7 – 01/10/2010)

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA “LUIZ DE QUEIROZ”
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS

LEB0472 – HIDRÁULICA

Prof. Fernando Campos Mendonça

Aula 7 –Hidrodinâmica – Condutos Forçados e Perdas de Carga (parte 2)

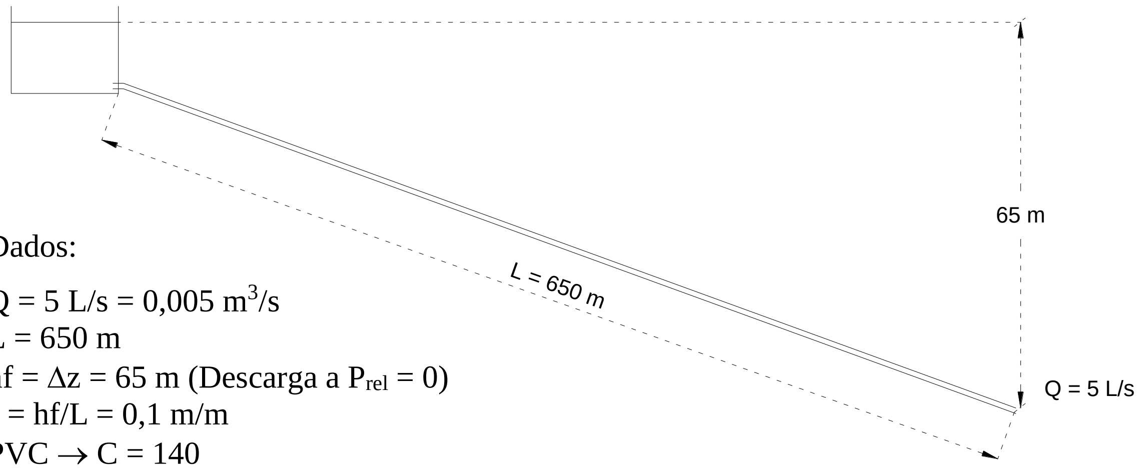
1. Problemas hidraulicamente determinados

1.1. Tipos

Dados	Incógnita
Q, L, K, D	hf
hf, L, K, D	Q
hf, L, K, Q	D

1.2. Exemplos - fórmulas de Hazen-Williams e Flamant

1.2.1. Hazen-Williams:



Dados:

$Q = 5$ L/s $= 0{,}005$ m^3/s
$L = 650$ m
$hf = \Delta z = 65$ m (Descarga a $P_{rel} = 0$)
$J = hf/L = 0{,}1$ m/m
PVC $\rightarrow$ C = 140

a) Determine o diâmetro de um tubo de PVC para as condições do esquema acima:

Solução:

$$D = 1{,}625 \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{0{,}38} \cdot \left(\frac{L}{hf}\right)^{0{,}205} \quad \text{ou} \quad D = 1{,}625 \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{0{,}38} \cdot \left(\frac{1}{J}\right)^{0{,}205}$$

$$D = 1{,}625 \cdot \left(\frac{0{,}005}{140}\right)^{0{,}38} \cdot \left(\frac{650}{65}\right)^{0{,}205} \quad \Rightarrow \quad D = 0{,}0532 \text{ m ou } 53 \text{ mm}$$

b) Qual seria a perda de carga se fossem utilizados tubos com diâmetros de 50 ou 75 mm?

Solução:

$$\mathrm{hf} = 10{,}65 \cdot \left(\frac{Q}{C}\right)^{1{,}852} \cdot \frac{L}{D^{4{,}87}}$$

Diâmetros comerciais disponíveis:

DN = 50 mm (DI = 0,0481 m) $\quad \mathrm{hf} = 10{,}65 \cdot \left(\frac{0{,}005}{140}\right)^{1{,}852} \cdot \frac{650}{0{,}0481^{4{,}87}} = 105{,}2$ mca

DN = 75 mm (DI = 0,0725 m) $\quad \mathrm{hf} = 10{,}65 \cdot \left(\frac{0{,}005}{140}\right)^{1{,}852} \cdot \frac{650}{0{,}0725^{4{,}87}} = 14{,}3$ mca

---

c) Como a máxima perda de carga sem bombeamento é de 65 mca, não é possível escoar 5 L/s com tubos de 50 mm (hf = 105,2 mca), e o tubo de 75 mm causa perda de carga menor que 65 mca. Portanto, haverá uma diminuição da vazão com o tubo de 50 mm (DI = 48,1 mm) e um aumento dela com o tubo de 75 mm (DI = 72,5 mm). Quais serão as vazões se forem utilizados tubos com diâmetro de 50 mm e 75 mm?

Solução:

Tubo 50 mm (DI = 48,1 mm)

$$Q = 0{,}2788 \cdot C \cdot D^{2{,}63} \cdot \left(\frac{hf}{L}\right)^{0{,}54} \quad \text{ou} \quad Q = 0{,}2788 \cdot C \cdot D^{2{,}63} \cdot J^{0{,}54}$$

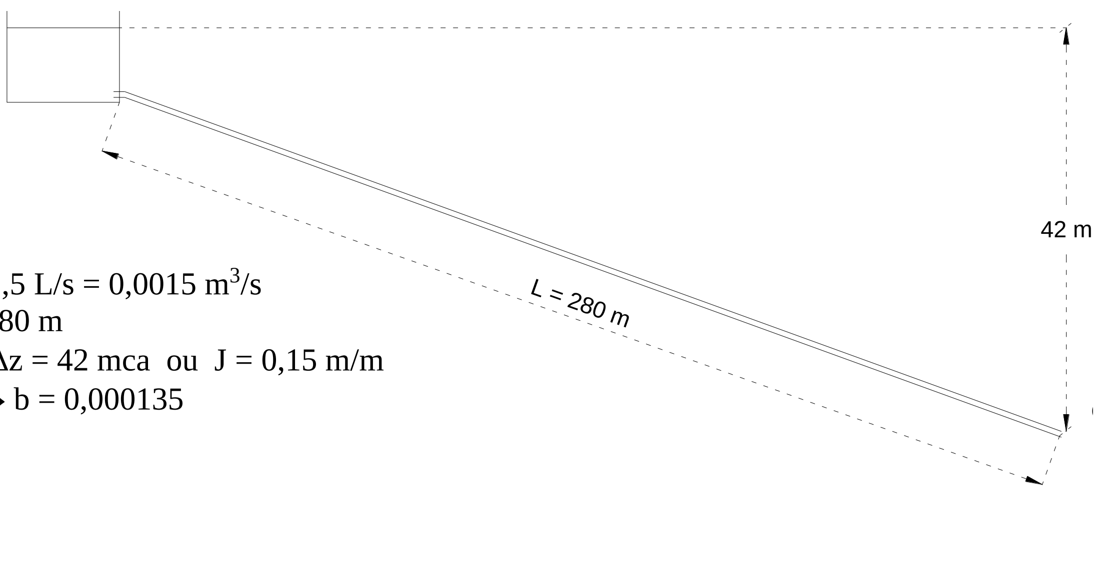
$$Q = 0{,}2788 \cdot 140 \cdot 0{,}0481^{2{,}63} \cdot 0{,}1^{0{,}54} = 0{,}00385 \text{ m}^3\text{/s ou } 3{,}85 \text{ L/s}$$

Tubo 75 mm (DI = 72,5 mm)

$$Q = 0{,}2788 \cdot C \cdot D^{2{,}63} \cdot \left(\frac{hf}{L}\right)^{0{,}54} \quad \text{ou} \quad Q = 0{,}2788 \cdot C \cdot D^{2{,}63} \cdot J^{0{,}54}$$

$$Q = 0{,}2788 \cdot 140 \cdot 0{,}0725^{2{,}63} \cdot 0{,}1^{0{,}54} = 0{,}0113 \text{ m}^3\text{/s ou } 11{,}3 \text{ L/s}$$

1.2.2. Flamant:



Dados:

$Q = 1{,}5$ L/s = $0{,}0015$ m^3/s
L = 280 m
hf = Δz = 42 mca ou J = 0,15 m/m
PE $\rightarrow$ b = 0,000135

a) Determine o diâmetro de um tubo de polietileno (PE) para as condições do esquema dado.

Solução:

$$D = 1{,}464 \cdot b^{0{,}21} \cdot Q^{0{,}368} \cdot \left(\frac{L}{hf}\right)^{0{,}21} \quad \text{ou} \quad D = 1{,}464 \cdot b^{0{,}21} \cdot \frac{Q^{0{,}368}}{J^{0{,}21}}$$

$$D = 1{,}464 \cdot 0{,}000135^{0{,}21} \cdot 0{,}0015^{0{,}368} \cdot \frac{280^{0{,}368}}{42^{0{,}21}} \Rightarrow \text{D = 0,0307 m ou 30,7 mm}$$

b) Qual seria a perda de carga se forem utilizados tubos com diâmetros de 32 ou 40 mm?

Solução:

$$hf = 6{,}107 \cdot b \cdot Q^{1{,}75} \cdot \frac{L}{D^{4{,}75}}$$

Diâmetros comerciais disponíveis:

DN = 32 mm (DI = 0,029 m) $\quad hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot Q^{1{,}75} \cdot \frac{280}{0{,}029^{4{,}75}} = 53{,}1$ mca

DN = 40 mm (DI = 0,036 m) $\quad hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot Q^{1{,}75} \cdot \frac{280}{0{,}036^{4{,}75}} = 19{,}0$ mca

---

c) Como a máxima perda de carga sem bombeamento é de 42 mca, não é possível escoar 1,5 L/s com tubos de 32 mm (hf = 53,1 mca, e o tubo de 40 mm causa perda de carga menor que 42 mca (19 mca). Portanto, haverá uma diminuição da vazão com o tubo de 32 mm (DI = 29 mm) e um aumento dela com o tubo de 40 mm (DI = 36 mm). Quais serão as vazões se forem utilizados tubos com diâmetro de 32 mm e 40 mm?

Solução:

Tubo 32 mm (DI = 29 mm):

$$Q = \frac{0{,}356}{b^{0{,}57}} \cdot D^{2{,}714} \cdot \left(\frac{hf}{L}\right)^{0{,}57}$$

$$Q = \frac{0{,}356}{0{,}000135^{0{,}57}} \cdot 0{,}029^{2{,}714} \cdot \left(\frac{42}{280}\right)^{0{,}57} \Rightarrow \text{Q} = 0{,}0013\ \text{m}^3/\text{s ou 1,3 L/s}$$

Tubo 40 mm (DI = 36 mm):

$$Q = \frac{0{,}356}{b^{0{,}57}} \cdot D^{2{,}714} \cdot \left(\frac{hf}{L}\right)^{0{,}57}$$

$$Q = \frac{0{,}356}{0{,}000135^{0{,}57}} \cdot 0{,}036^{2{,}714} \cdot \left(\frac{42}{280}\right)^{0{,}57} \Rightarrow \text{Q} = 0{,}00234\ \text{m}^3/\text{s ou 2,34 L/s}$$

2. Fórmula Universal de perda de carga (Darcy-Weisbach)

2.1. Desenvolvimento teórico

a) Autores:

- **Julies Weisbach** (Saxônia – Alemanha, 1845)

- **Henry D'Arcy** (França, 1857)

- Colaboradores: Chézy, **Weisbach, Darcy**, Poiseuille, Reynolds, Fanning, Blasius, Kármaán, Prandtl, Colebrook, White, Rouse, Nikuradse, Mo

- Fórmula semi-empírica: base na física teórica + experimentação em laboratório

b) Aplicação:

- Qualquer material de canalização
- Qualquer líquido
- Qualquer temperatura do líquido
- Qualquer diâmetro
- Regime de escoamento laminar ou turbulento

---

c) Fórmula:

$$hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

hf – perda de carga, mca

L – comprimento da tubulação, m

D – diâmetro da tubulação, m

V – velocidade de escoamento, m/s

g – aceleração da gravidade, m/s^2

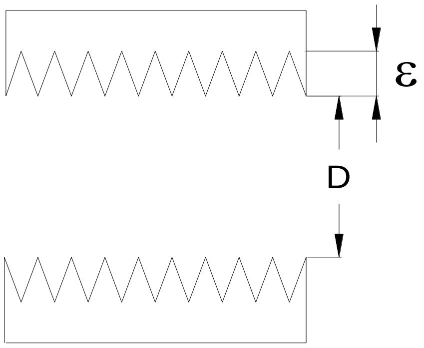
f – fator de atrito, dependente do material da canalização e do número de Reynolds

$f = f\,(Re, \varepsilon/D)$

ε - rugosidade do material do tubo, m ou mm

ε/D – rugosidade relativa, m/m ou mm/mm

Esquema de paredes do tubo (D e ε)



ε/D = rugosidade relativa

K/D = rugosidade equivalente

(Grãos de areia)

K – aspereza determinada com partículas de areia de tamanho conhecido

2.2. Determinação do fator de atrito (f)

2.2.1. Método gráfico - Diagrama de Moody

- Entregar o diagrama para os alunos

- Apresentar Diagrama de Moody no datashow.

- Explicar como utilizá-lo

Exemplo: ε/D = 0,004; Re = 300000 (3 x 10^5); f = 0,028

2.2.2. Método algébrico

a) Movimento laminar (Re ≤ 2000)

$$f = \frac{64}{Re} \qquad\qquad \mathrm{Re} = \frac{\mathrm{V \times D}}{\upsilon}$$

Re – número de Reynolds

b) Movimento crítico (2000 ≤ Re ≤ 4000)

- Valor de f é indeterminado (não se estima com precisão)

c) Movimento turbulento (Re > 4000)

- f = f (Re, ε/D)

- Equações para cálculo de f em escoamento turbulento (Re > 4000)

c.1) Equação de Colebrook-White

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7\,D} + \frac{2{,}51}{Re\,\sqrt{f}}\right)$$

- Solução difícil, por processo iterativo

- Solução simplificada c/ diagrama de Moody

c.2) Equação de Swamee-Jain

- criada para substituir o uso do diagrama de Moody

- solução simples, sem processo iterativo

$$f = \frac{0{,}25}{\left[\log\left(0{,}27\,\frac{\varepsilon}{D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

c.3) Explicitação da Fórmula Universal para problemas hidraulicamente determinados

I - <u>Perda de carga</u>:

$hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$ ou $J = \frac{f}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$

Fórmula Universal + f (Swamee-Jain):

$$J = \frac{0{,}203\ \frac{Q^2}{g\,D^5}}{\left[\log\left(0{,}27\ \frac{\varepsilon}{D} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$$

II – <u>Vazão:</u>

$$Q = -\frac{\pi}{\sqrt{2}}\log\left(0{,}27\frac{\varepsilon}{D} + \frac{1{,}78\ \upsilon}{D\sqrt{g\,D\,J}}\right)\cdot D^2 \cdot \sqrt{g\,D\,J}$$

III – <u>Diâmetro:</u>

$$D = \frac{0{,}66 \cdot \left\{\left[\varepsilon \cdot \left(\frac{g\ J}{Q^2}\right)^{0,2}\right]^{1,25} + \upsilon \cdot \left(\frac{1}{g\,J\,Q^3}\right)^{0,2}\right\}^{0,04}}{\left(\frac{g\ J}{Q^2}\right)^{0,2}}$$

2.2.3. Exemplos:

I. Numa canalização com diâmetro 25 mm, rugosidade de 0,1 mm e comprimento de 200 m, a água escoa com uma vazão de 1 L/s, à temperatura de 20ºC. Calcule a perda de carga que ocorre na canalização.

Dados:

D = 25 mm (0,025 m)
ε = 0,1 mm (0,0001 m)
Q = 0,001 m^3/s
T = 20ºC ⇒ ν = 1,01 x 10^{-6} (Tabela de propriedades físicas da água)

Solução:

ε /D = 0,004

$V = \frac{4\,Q}{\pi\,D^2} = \frac{4 \times 0{,}001}{\pi \times 0{,}025^2}$ = 2,04 m/s

$Re = \frac{V \times D}{\upsilon} = \frac{2{,}04 \times 0{,}025}{1{,}01 \times 10^{-6}}$ = 504952

$\left.\begin{array}{l} \varepsilon / D = 0{,}004 \\ Re = 5{,}05 \times 10^4 \end{array}\right\}$

Diagrama de Moody ⇒ f = 0,032
Fórmula de Swamee-Jain ⇒ f = 0,031

Fórmula Universal: $hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$

$hf = 0{,}031 \cdot \frac{200}{0{,}025} \cdot \frac{2{,}04^2}{19{,}62}$ = 52,6 mca

J = hf / L = 52,6 / 200

J = 0,263 m/m

II. Por um tubo gotejador de diâmetro 0,8 mm passa uma vazão de 1 L/h (água a 20ºC), com perda de carga de 15 mca. Pede-se:

a) a velocidade de escoamento;
b) o número de Reynolds;
c) verificar o regime de escoamento;
d) o comprimento do tubo.

Dados:
D = 0,8 mm = 0,0008 m
Q = 1 L/h= 0,0000002278 m^3/s
Água a 20ºC $\Rightarrow$ $\nu = 1,01 \times 10^{-6}$
hf = 15 mca

Solução:

a) $V = \frac{4\,Q}{\pi\,D^2} = \frac{4 \times 0,0000002278}{\pi \times 0,0008^2} = 0,553$ m/s

b) $Re = \frac{V \times D}{\upsilon} = \frac{0,553 \times 0,0008}{1,01 \times 10^{-6}} = 438$

c) Re < 2000 $\therefore$ Escoamento laminar

d) $f = \frac{64}{438} = 0,1461$

$hf = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$

$L = \frac{hf\ D\ 2g}{f\ V^2} = \frac{15 \times 0,0008 \times 19,62}{0,1461 \times 0,553^2} = 5,27$ m

---

3. Perdas de carga localizadas

- Cada peça instalada na tubulação causa perda de carga
- Perdas de carga que ocorrem nas peças = hf_L

3.1 Cálculo das perdas de carga localizadas

a) Método dos coeficientes (K)

$$hf_l = K \frac{V^2}{2g}$$

hf_L – perda de carga localizada, mca

V – velocidade de escoamento, m/s

g – aceleração da gravidade, m/s^2

- Tabela de valores de K

(ENTREGAR TABELA AOS ALUNOS)

b) Método dos comprimentos equivalentes (L_{eq})

- Para efeito de cálculo adiciona-se comprimentos que correspondem à perda causada pelas peças existentes na tubulação
- Comprimento da tubulação: L
- Comprimento equivalente às peças na tubulação: Le
- Comprimento total: $L_T = L + Le$

3.2 Exemplo:

Calcular a perda de carga no esquema a seguir:

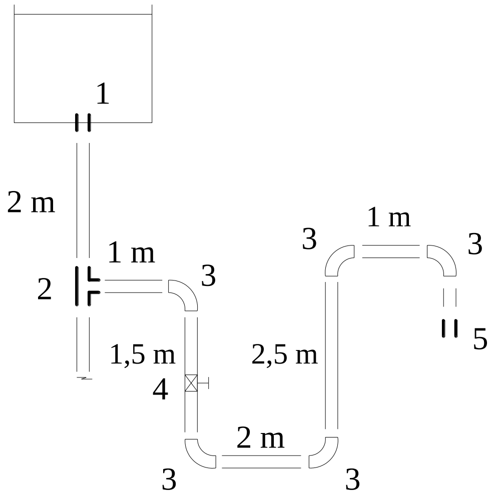
D = 25 mm

(DI = 0,0216 m)

Material: PVC

Q = 0,5 L/s

PVC (b = 0,000135)



Peça	Quantidade	K	Le
Entrada reentrante	1	1,0	1,0
Tê de saída lateral	1	1,3	1,7
Curva 90º raio longo	5	0,4	0,3
Registro de gaveta aberto	1	0,2	0,2
Saída de canalização	1	0,9	0,9

a) Método dos comprimentos equivalentes (Le):

Tubulação: L = 2 + 1 + 1,5 + 2 + 2,5 + 1 = 10 m

Peças: Le = 1,0 + 1,7 + 5 x 0,3 + 0,2 + 0,9 = 5,3 m

L’ = L + Le = 15,3 m

$hf = 6{,}107 \cdot b \cdot Q^{1{,}75} \cdot \frac{L}{D^{4{,}75}}$ $hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot 0{,}0005^{1{,}75} \cdot \frac{15{,}3}{0{,}0216^{4{,}75}}$

hf_T = 1,72 mca

b) Método algébrico (K):

Perda de carga na tubulação (distribuída):

L = 10 m $\Rightarrow$ $hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot 0{,}0005^{1{,}75} \cdot \frac{10}{0{,}0216^{4{,}75}}$ = 1,17 mca

Perda de carga total (distribuída + localizada):

L = 17 m $\Rightarrow$ $hf = 6{,}107 \cdot 0{,}000135 \cdot 0{,}0005^{1{,}75} \cdot \frac{17}{0{,}0216^{4{,}75}}$ = 1,91 mca

Perda de carga nas peças (localizada – Método dos Coeficientes):

$hf_l = K\frac{V^2}{2g}$ $V = \frac{4\,Q}{\pi\,D^2} = \frac{4 \times 0{,}0005}{\pi \times 0{,}0216^2}$ = 1,36 m/s

$hf_{l1} = 1{,}0 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,094 mca

$hf_{l2} = 1{,}3 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,123 mca

$hf_{l3} = 0{,}4 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,038 mca x 5 peças = 0,19 mca

$hf_{l4} = 0{,}2 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,019 mca

$hf_{l5} = 1{,}0 \times \frac{1{,}36^2}{19{,}62}$ = 0,094 mca

---

Soma de hf_l = 0,52 mca

hf = 1,12 + 0,52 = 1,64 mca

4. Exercício 7 (Provinha – Aula 7)

LEB 0472 – Hidráulica

Nome: Data:

1) Calcular a perda de carga que ocorre em uma canalização com os seguintes dados:

$L = 1200$ m
$D = 150$ mm
$Q = 60$ L/s
$\varepsilon = 10^{-4}$ m
Água a 30°C (tabela): $\nu = 0{,}83 \times 10^{-6}$ m^2/s

2) Qual será a vazão se a perda de carga permanecer a mesma do item 1 e o diâmetro da tubulação mudar para 250 mm?

3) Qual o diâmetro que a tubulação deve ter para que a perda de carga seja igual, mas a vazão aumente para 65 L/s?

Obs.: usar a Fórmula Universal com fator de atrito calculado por Swamee-Jain